සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2017 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2017 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2017

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 S I

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

විභාග අංකය							

උපදෙස්:

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17).
* **A කොටස:**
  සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
* **B කොටස:**
  ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය, **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I

කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ:	1	
	2	
අධීක්ෂණය කළේ:		

[දෙවැනි පිටුව බලන්න.

A කොටස

1. **ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය** භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n} r(3r+1) = n(n+1)^2$ බව සාධනය කරන්න.

2. $x^2 - 1 \geq |x+1|$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලු ම තාත්ත්වික අගයන් සොයන්න.

[තුන්වැනි පිටුව බලන්න.

3. ආගන්ඩ් සටහනක, $\text{Arg}(z - 2i) = \frac{\pi}{3}$ යන්න සපුරාලන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යවල පථය වන l හි දළ සටහනක් අඳින්න.

P හා Q යනු ඉහත ආගන්ඩ් සටහනෙහි පිළිවෙළින් $2i$ හා $\sqrt{3} + 5i$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍ය යැයි ගනිමු. PQ දුර සොයා Q ලක්ෂ්‍යය l මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

4. INFINITY යන වචනයෙහි අකුරු අට, වෙනස් ආකාර කීයකට පේළියක පිළියෙල කළ හැකි ද?
මෙම පිළියෙල කිරීම්වලින් කොපමණක

(i) I අකුරු තුන ම එක ළඟ තිබේ ද?

(ii) හරියටම එක I අකුරක් හා N අකුරු දෙක ම මුල් අකුරු තුන ලෙස තිබේ ද?

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

[හතරවැනි පිටුව බලන්න.

+94 71 800 8533 / +94 77 088 2228

WWW.PADANAMAPUBLICATION.LK

5. $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ යැයි ගනිමු. $\lim_{x \to \alpha} \frac{x^3 - \alpha^3}{\tan x - \tan \alpha} = 3\alpha^2 \cos^2 \alpha$ බව පෙන්වන්න.

6. $0 < a < b$ යැයි ගනිමු. $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{b-a}{b}} \cos x\right) = -\frac{\sqrt{b-a}\sin x}{\sqrt{a\cos^2 x + b\sin^2 x}}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\int \frac{\sin x}{\sqrt{a\cos^2 x + b\sin^2 x}}\,\mathrm{d}x$ සොයන්න.

[පස්වැනි පිටුව බලන්න.

7. C වක්‍රයක්, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ සඳහා $x = 3\cos\theta - \cos^3\theta$, $y = 3\sin\theta - \sin^3\theta$ මගින් පරාමිතිකව දෙනු ලැබේ. $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = -\cot^3\theta$ බව පෙන්වන්න.

ස්පර්ශ රේඛාවේ අනුක්‍රමණය -1 වන පරිදි C වක්‍රය මත වූ P ලක්ෂ්‍යයෙහි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

8. l_1 හා l_2 යනු පිළිවෙළින් $3x - 4y = 2$ හා $4x - 3y = 1$ මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛා යැයි ගනිමු.

(i) l_1 හා l_2 අතර කෝණවල සමච්ඡේදකයන්හි සමීකරණ ලියා දක්වන්න.

(ii) l_1 හා l_2 අතර සුළු කෝණයේ සමච්ඡේදකයෙහි සමීකරණය සොයන්න.

[හයවැනි පිටුව බලන්න.

+94 71 800 8533 / +94 77 088 2228

WWW.PADANAMAPUBLICATION.LK

9. S යනු $x^2 + y^2 - 4 = 0$ මගින් දෙනු ලබන වෘත්තය යැයි ද l යනු $y = x + 1$ මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛාව යැයි ද ගනිමු. S හා l හි ඡේදන ලක්ෂ්‍ය හරහා යන්නා වූ ද S වෘත්තය ප්‍රලම්බව ඡේදනය කරන්නා වූ ද වෘත්තයෙහි සමීකරණය සොයන්න.

10. $-\pi < \theta \leq \pi$ සඳහා $\left(\cos\frac{\theta}{2} + \sin\frac{\theta}{2}\right)^2 = 1 + \sin\theta$ බව පෙන්වන්න. **ඒ නයින්**, $\cos\frac{\pi}{12} + \sin\frac{\pi}{12} = \sqrt{\frac{3}{2}}$ බව පෙන්වා $\cos\frac{\pi}{12} - \sin\frac{\pi}{12}$ හි අගය ද සොයන්න. $\sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$ බව අපෝහනය කරන්න.

**

[හත්වැනි පිටුව බලන්න.

+94 71 800 8533 / +94 77 088 2228 WWW.PADANAMAPUBLICATION.LK

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2017 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2017 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2017

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 S I

B කොටස

* ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (*a*) $f(x) = 3x^2 + 2ax + b$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a, b \in \mathbb{R}$ වේ.

$f(x) = 0$ සමීකරණයට තාත්ත්වික ප්‍රභින්න මූල දෙකක් තිබෙන බව දී ඇත. $a^2 > 3b$ බව පෙන්වන්න.

$f(x) = 0$ හි මූල α හා β යැයි ගනිමු. a ඇසුරෙන් $\alpha + \beta$ ද b ඇසුරෙන් $\alpha\beta$ ද ලියා දක්වන්න.

$|\alpha - \beta| = \frac{2}{3}\sqrt{a^2 - 3b}$ බව පෙන්වන්න.

$|\alpha + \beta|$ හා $|\alpha - \beta|$ ස්වකීය මූල ලෙස ඇති වර්ගජ සමීකරණය

$9x^2 - 6\left(|a| + \sqrt{a^2 - 3b}\right)x + 4\sqrt{a^4 - 3a^2b} = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

(*b*) $g(x) = x^3 + px^2 + qx + 1$ යැයි ගනිමු; මෙහි $p, q \in \mathbb{R}$ වේ. $(x-1)(x+2)$ මගින් $g(x)$ බෙදූ විට ශේෂය $3x+2$ වේ. $(x-1)$ මගින් $g(x)$ බෙදූ විට ශේෂය 5 බව හා $(x+2)$ මගින් $g(x)$ බෙදූ විට ශේෂය -4 බව පෙන්වන්න.

p හා q හි අගයන් සොයා $(x+1)$ යන්න $g(x)$ හි සාධකයක් බව පෙන්වන්න.

12. (*a*) x හි ආරෝහණ බල වලින් $(5 + 2x)^{14}$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණය ලියා දක්වන්න.

$r = 0, 1, 2, \ldots, 14$ සඳහා ඉහත ප්‍රසාරණයේ x^r අඩංගු පදය T_r යැයි ගනිමු.

$x \neq 0$ සඳහා $\dfrac{T_{r+1}}{T_r} = \dfrac{2(14-r)}{5(r+1)}x$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $x = \dfrac{4}{3}$ වන විට, ඉහත ප්‍රසාරණයෙහි විශාලතම පදය ලබාදෙන r හි අගය සොයන්න.

(*b*) $c \geq 0$ යැයි ගනිමු. $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\dfrac{2}{(r+c)(r+c+2)} = \dfrac{1}{(r+c)} - \dfrac{1}{(r+c+2)}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\displaystyle\sum_{r=1}^{n} \frac{2}{(r+c)(r+c+2)} = \frac{(3+2c)}{(1+c)(2+c)} - \frac{1}{(n+c+1)} - \frac{1}{(n+c+2)}$ බව පෙන්වන්න.

$\displaystyle\sum_{r=1}^{\infty} \frac{2}{(r+c)(r+c+2)}$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව අපෝහනය කර එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

c සඳහා සුදුසු අගයන් සහිත ව මෙම ඓක්‍යය භාවිතයෙන්, $\displaystyle\sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{r(r+2)} = \frac{1}{3} + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{(r+1)(r+3)}$ බව පෙන්වන්න.

[අවවැනි පිටුව බලන්න.

13. (*a*) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & a & 3 \\ -1 & b & 2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & a \\ 1 & b & 0 \end{pmatrix}$ හා $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a, b \in \mathbb{R}$ වේ.

$\mathbf{AB}^{\mathrm{T}} = \mathbf{P}$ බව දී ඇත; මෙහි $\mathbf{B}^{\mathrm{T}}$ මගින් $\mathbf{B}$ න්‍යාසයෙහි පෙරළුම දැක්වේ. $a = 1$ හා $b = -1$ බව පෙන්වා, a හා b සඳහා මෙම අගයන් සහිත ව $\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}$ සොයන්න.

$\mathbf{P}^{-1}$ ලියා දක්වා, එය භාවිතයෙන්, $\mathbf{PQ} = \mathbf{P}^2 + 2\mathbf{I}$ වන පරිදි $\mathbf{Q}$ න්‍යාසය සොයන්න; මෙහි $\mathbf{I}$ යනු ගණය 2 වූ ඒකක න්‍යාසයයි.

(*b*) ආගන්ඩ් සටහනක, $|z| = 1$ සපුරාලන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යයන්හි පථය වූ C හි දළ සටහනක් අඳින්න.

$z_0 = a(\cos\theta + i\sin\theta)$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a > 0$ හා $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ වේ. $\frac{1}{z_0}$ හා z_0^2 යන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා එක එකක මාපාංකය a ඇසුරෙන් ද ප්‍රධාන විස්තාරය θ ඇසුරෙන් ද සොයන්න.

P, Q, R හා S යනු පිළිවෙළින් z_0, $\frac{1}{z_0}$, $z_0 + \frac{1}{z_0}$ හා z_0^2 යන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා ඉහත ආගන්ඩ් සටහනෙහි නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍ය යැයි ගනිමු.

P ලක්ෂ්‍යය ඉහත C මත පිහිටන විට

(i) Q හා S ලක්ෂ්‍ය ද C මත පිහිටන බවත්

(ii) R ලක්ෂ්‍යය තාත්ත්වික අක්ෂය මත 0 හා 2 අතර පිහිටන බවත්

පෙන්වන්න.

14. (*a*) $x \neq 1, 2$ සඳහා $f(x) = \frac{x^2}{(x-1)(x-2)}$ යැයි ගනිමු.

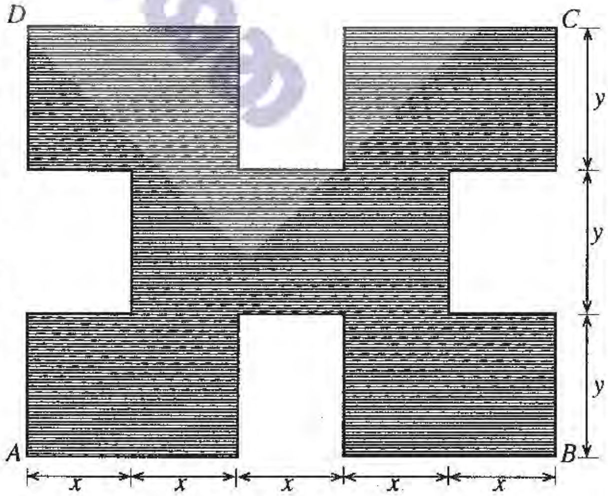
$x \neq 1, 2$ සඳහා $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය, $f'(x)$ යන්න $f'(x) = \frac{x(4-3x)}{(x-1)^2(x-2)^2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ස්පර්ශෝන්මුඛ හා හැරුම් ලක්ෂ්‍ය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන් $\frac{x^2}{(x-1)(x-2)} \leq 0$ අසමානතාව විසඳන්න.

(*b*) යාබද රූපයේ පෙන්වා ඇති අඳුරු කළ පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය 385 m^2 වේ. මෙම පෙදෙස ලබාගෙන ඇත්තේ දිග මීටර $5x$ ද පළල මීටර $3y$ ද වූ $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයකින්, දිග මීටර y ද පළල මීටර x ද වූ සර්වසම සෘජුකෝණාස්‍ර හතරක් ඉවත් කිරීමෙනි. $y = \frac{35}{x}$ බව පෙන්වා, අඳුරු කළ පෙදෙසෙහි මීටරවලින් මනින ලද පරිමිතිය P යන්න $x > 0$ සඳහා $P = 14x + \frac{350}{x}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

P අවම වන පරිදි x හි අගය සොයන්න.



[නවවැනි පිටුව බලන්න.

+94 71 800 8533 / +94 77 088 2228 WWW.PADANAMAPUBLICATION.LK

15. (*a*) (i) $\dfrac{1}{x(x+1)^2}$ භින්න භාග ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කර, **ඒ නයින්**, $\displaystyle\int \frac{1}{x(x+1)^2}\,\mathrm{d}x$ සොයන්න.

(ii) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්, $\int xe^{-x}\,\mathrm{d}x$ සොයා, **ඒ නයින්**, $y = xe^{-x}$ වක්‍රයෙන් ද $x = 1$, $x = 2$ හා $y = 0$ සරල රේඛාවලින් ද ආවෘත පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය සොයන්න.

(*b*) $c > 0$ හා $I = \displaystyle\int_0^c \frac{\ln(c+x)}{c^2+x^2}\,\mathrm{d}x$ යැයි ගනිමු. $x = c\tan\theta$ ආදේශය භාවිතයෙන්,

$I = \dfrac{\pi}{4c}\ln c + \dfrac{1}{c}J$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $J = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln(1+\tan\theta)\,\mathrm{d}\theta$ වේ.

a නියතයක් වන $\displaystyle\int_0^a f(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^a f(a-x)\,\mathrm{d}x$ සූත්‍රය භාවිතයෙන්, $J = \dfrac{\pi}{8}\ln 2$ බව පෙන්වන්න.

$I = \dfrac{\pi}{8c}\ln(2c^2)$ බව අපෝහනය කරන්න.

16. $m \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු. $P \equiv (0, 1)$ ලක්ෂ්‍යය $y = mx$ මගින් දෙනු ලබන l සරල රේඛාව මත නොපිහිටන බව පෙන්වන්න.

l ට ලම්බව P හරහා වූ සරල රේඛාව මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක $(-mt, t+1)$ ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි t යනු පරාමිතියකි.

ඒ නයින්, P සිට l ට ඇඳි ලම්බයේ අඩිය වූ Q ලක්ෂ්‍යයෙහි ඛණ්ඩාංක $\left(\dfrac{m}{1+m^2}, \dfrac{m^2}{1+m^2}\right)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

m විචලනය වන විට, Q ලක්ෂ්‍යය $x^2 + y^2 - y = 0$ මගින් දෙනු ලබන S වෘත්තය මත පිහිටන බව පෙන්වා, Q හි පථයේ දළ සටහනක් xy-තලයෙහි අඳින්න.

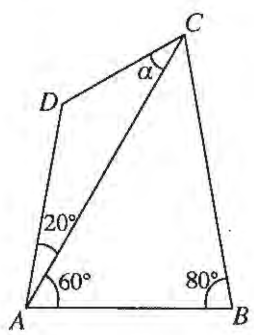
තව ද $R \equiv \left(\dfrac{\sqrt{3}}{4}, \dfrac{1}{4}\right)$ ලක්ෂ්‍යය S මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

R ලක්ෂ්‍යයේ දී S බාහිරව ස්පර්ශ කරන හා x-අක්ෂය මත කේන්ද්‍රය පිහිටන S' වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

S' හි කේන්ද්‍රයම කේන්ද්‍රය ලෙස ඇතිව S අභ්‍යන්තරව ස්පර්ශ කරන වෘත්තයේ සමීකරණය ලියා දක්වන්න.

17. (*a*) (i) $0° < \theta < 90°$ සඳහා $\dfrac{2\cos(60° - \theta) - \cos\theta}{\sin\theta} = \sqrt{3}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) රූපයේ පෙන්වා ඇති $ABCD$ චතුරස්‍රයෙහි $AB = AD$, $A\hat{B}C = 80°$, $C\hat{A}D = 20°$ හා $B\hat{A}C = 60°$ වේ. $A\hat{C}D = \alpha$ යැයි ගනිමු. ABC ත්‍රිකෝණය සඳහා සයින් නීතිය භාවිතයෙන්, $\dfrac{AC}{AB} = 2\cos 40°$ බව පෙන්වන්න.



මීළඟට ADC ත්‍රිකෝණය සඳහා සයින් නීතිය භාවිතයෙන්,

$\dfrac{AC}{AD} = \dfrac{\sin(20° + \alpha)}{\sin\alpha}$ බව පෙන්වන්න.

$\sin(20° + \alpha) = 2\cos 40° \sin\alpha$ බව අපෝහනය කරන්න.

ඒ නයින්, $\cot\alpha = \dfrac{2\cos 40° - \cos 20°}{\sin 20°}$ බව පෙන්වන්න.

දැන්, ඉහත (i) හි ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන්, $\alpha = 30°$ බව පෙන්වන්න.

(*b*) $\cos 4x + \sin 4x = \cos 2x + \sin 2x$ සමීකරණය විසඳන්න.

* * *

+94 71 800 8533 / +94 77 088 2228 WWW.PADANAMAPUBLICATION.LK

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය - 2017

10 - සංයුක්ත ගණිතය I

ලකුණු දීමේ පටිපාටිය

1. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n} r(3r+1) = n(n+1)^2$ බව සාධනය කරන්න.

$n=1$ සඳහා, L.H.S. $= 1\cdot(3+1) = 4$ හා R.H.S. $= 1\cdot(1+1)^2 = 4$. (5)

$\therefore$ ප්‍රතිඵලය $n=1$ සඳහා සත්‍ය වේ.

ඕනෑම $p \in \mathbb{Z}^+$ ගෙන ප්‍රතිඵලය $n=p$ සඳහා සත්‍ය යැයි උපකල්පනය කරන්න.

i.e. $\sum_{r=1}^{p} r(3r+1) = p(p+1)^2$. ———— (1) (5)

දැන් $\sum_{r=1}^{p+1} r(3r+1) = \sum_{r=1}^{p} r(3r+1) + (p+1)(3p+4)$ (5)

$= p(p+1)^2 + (p+1)(3p+4)$

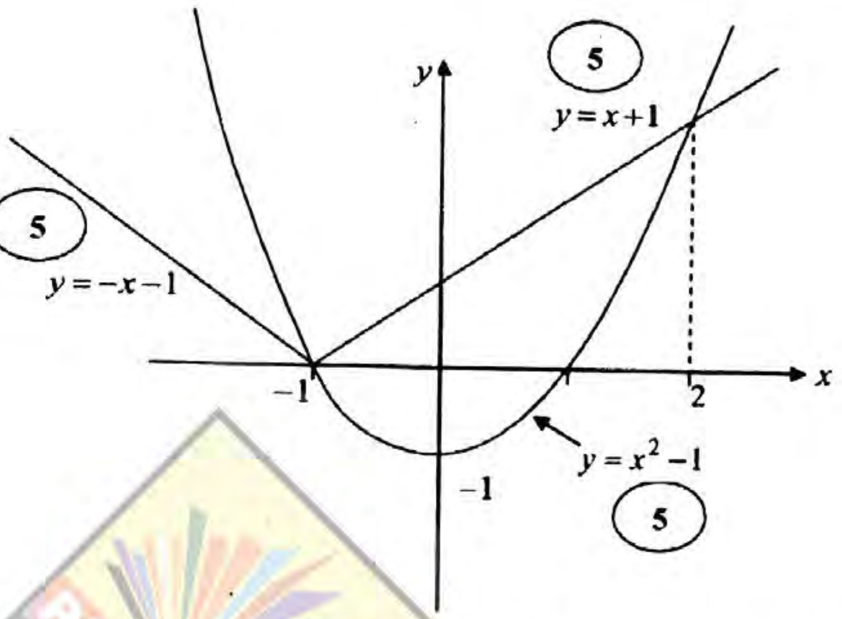
$= (p+1)(p^2 + p + 3p + 4)$

$= (p+1)(p+2)^2$. (5)

එනයින් $n=p$ ට ප්‍රතිඵලය සත්‍ය නම්, $n=p+1$ සඳහාද ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වෙයි. $n=1$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය බැව් ඉහත පෙන්වා ඇත. එමනිසා ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය මගින් සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ. (5)

25

2. $x^2 - 1 \geq |x+1|$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලු ම තාත්ත්වික අගයන් සොයන්න.



5

ඡේදන ලක්ෂ්‍ය වලදී $x \geq -1$ සහ $x^2 - 1 = x + 1$ විය යුතුයි . එමනිසා $x = -1$ හා $x = 2$ වේ.

$x \leq -1$ හෝ $x \geq 2$ වන x තාත්ත්වික අගයන් විසඳුම් ලෙස ලැබේ. (5)

25

වෙනත් ක්‍රමයක් I

$$|x+1| = \begin{cases} x+1 & \text{if } x \geq -1 \\ -(x+1) & \text{if } x < -1 \end{cases}$$

(i) අවස්ථාව $x \geq -1$

මෙහිදී, $x^2 - 1 \geq |x+1| \Leftrightarrow x^2 - 1 \geq x + 1$ (5)

$\Leftrightarrow x^2 - x - 2 \geq 0$

$\Leftrightarrow (x+1)(x-2) \geq 0$

$\Leftrightarrow x \leq -1 \text{ or } x \geq 2.$ (5)

$x \geq -1$ නිසා, $x = -1$ හෝ $x \geq 2$ විසඳුම් වේ.

(ii) අවස්ථාව $x < -1$,

මෙහිදී, $x^2 - 1 \geq |x+1| \Leftrightarrow x^2 - 1 \geq -(x+1)$ (5)

$\Leftrightarrow x^2 + x \geq 0$

$\Leftrightarrow x(x+1) \geq 0$

$\Leftrightarrow x \leq -1$ or $x \geq 0$. (5)

$x < -1$ නිසා, $x < -1$ විසඳුම වේ.

අවස්ථා දෙකෙන් $x \leq -1$ හෝ $x \geq 2$ විසඳුම ලෙස ලැබේ. (5)

25

PADANAMA PUBLICATION

වෙනත් ක්‍රමයක් 2

(i) අවස්ථාව $x > -1$

$x^2 - 1 \geq |x+1| \Leftrightarrow x^2 - 1 \geq x+1$ (5)

$\Leftrightarrow x \leq -1$ or $x \geq 2$. (5)

$x > -1$ නිසා, $x \geq 2$ විසඳුම වේ..

(ii) අවස්ථාව $x \leq -1$

$x^2 - 1 \geq |x+1| \Leftrightarrow x^2 - 1 \geq -(x+1)$ (5)

$\Leftrightarrow x \leq -1$ or $x \geq 0$. (5)

$x \leq -1$ නිසා, $x \leq -1$ විසඳුම වේ..

අවස්ථා දෙකෙන්, $x \leq -1$ හෝ $x \geq 2$ විසඳුම ලෙස ලැබේ. (5)

25

ප්‍රශ්නය කොටස
$x^2 - 1 \geq \pm(x+1)$
ලෙස ලියා,
$x^2 - 1 \geq x+1$ or
$x^2 - 1 \geq -x-1$ විසඳුවොත්
වෙන්න නැද්ද.
Because; මාපාංක කොටස
නිසි ලෙස ලැබෙන නොවන

වෙනත් ක්‍රමයක් 3

(i) අවස්ථාව $x^2 \geq 1$

මෙහිදී $x^2 - 1 \geq 0$, හා පැති දෙකම ධන අගයන් ගනී.

$\therefore\ x^2 - 1 \geq |x+1|$

$\Leftrightarrow (x^2-1)^2 \geq (x+1)^2$ (5)

$\Leftrightarrow (x+1)^2(x-1)^2 - (x+1)^2 \geq 0$

$\Leftrightarrow (x+1)^2[(x-1)^2 - 1] \geq 0$

$\Leftrightarrow (x+1)^2 x(x-2) \geq 0$ (5)

$\Leftrightarrow x = -1$ or $x \leq 0$ or $x \geq 2$ (5)

$x^2 \geq 1$ නිසා $\Leftrightarrow x \leq -1$ හෝ $x \geq 1$. වේ. $x \leq -1$ හෝ $x \geq 2$ විසඳුම වේ. (5)

(ii) අවස්ථාව $x^2 < 1$

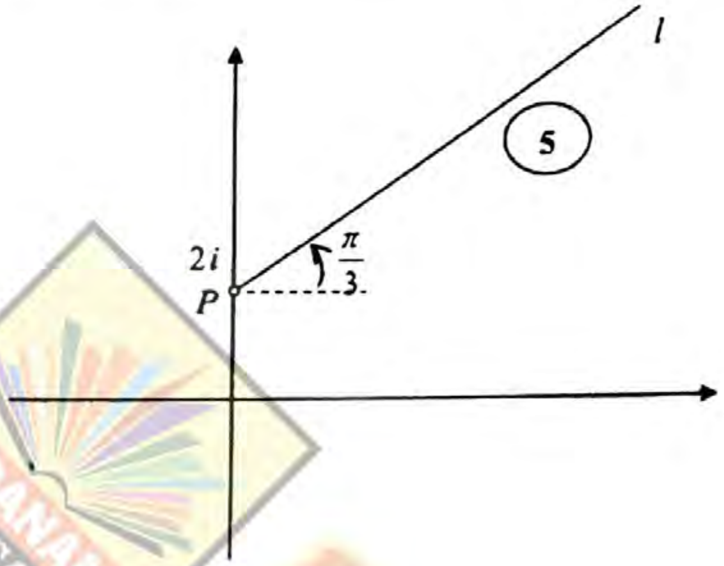
$x^2 - 1 < 0$. නිසා පිළිතුරක් නොමැත. අවස්ථා දෙකෙන්ම $x \leq -1$ හෝ $x \geq 2$ ලෙස ලැබේ.

(5)

PADANAMA PUBLICATION

3. ආගන්ඩ් සටහනක, $\text{Arg}(z-2i)=\frac{\pi}{3}$ යන්න සපුරාලන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යවල පථය වන l හි දළ සටහනක් අඳින්න.

P හා Q යනු ඉහත ආගන්ඩ් සටහනෙහි පිළිවෙළින් $2i$ හා $\sqrt{3}+5i$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍ය යැයි ගනිමු. PQ දුර සොයා Q ලක්ෂ්‍යය l මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.



$(\sqrt{3}+5i)-2i=\sqrt{3}+3i$

$=2\sqrt{3}\left\{\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$ (5)

$=2\sqrt{3}\left\{\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right\}$ (5)

[illegible] PQ [illegible] (5) [illegible]

$\therefore PQ=2\sqrt{3}.$ (5)

තවද, $\text{Arg}\left((\sqrt{3}+5i)-2i\right)=\frac{\pi}{3}$ හා එනයින් Q , l මත පිහිටයි.

(5)

25

[illegible] (... $\tan = \sqrt{3}$ [illegible]) (5) [illegible]

4. **INFINITY යන වචනයෙහි අකුරු අට, වෙනස් ආකාර කීයකට පේළියක පිළියෙල කළ හැකි ද?**
මෙම පිළියෙල කිරීම්වලින් කොපමණක

(i) I අකුරු තුන ම එක ළඟ තිබේ ද?

(ii) හරියටම එක I අකුරක් හා N අකුරු දෙක ම මුල් අකුරු තුන ලෙස තිබේ ද?

I	N	F	T	Y
3	2	1	1	1

$$\frac{8!}{3!\,2!} = \frac{8\times7\times6\times5\times4}{2} \quad (5)$$

$$= 3360. \quad (5)$$

3360 ... (10)

(i) $\frac{6!}{2!} = 360.$ (5)

(05)

(ii)

I	F	T	Y
2	1	1	1

N	N	I					
N	I	N					
I	N	N					

(5) $\frac{5!}{2!}\times 3 = 5\times4\times3\times3$

$= 180.$ (5) — 180 ... (10)

25

PADANAMA PUBLICATION

5. $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ යැයි ගනිමු. $\lim_{x\to\alpha} \frac{x^3 - \alpha^3}{\tan x - \tan\alpha} = 3\alpha^2 \cos^2 \alpha$ බව පෙන්වන්න.

(5)

$$\lim_{x\to\alpha} \frac{x^3-\alpha^3}{\tan x - \tan\alpha} = \lim_{x\to\alpha} \frac{(x-\alpha)(x^2+\alpha x+\alpha^2)}{\frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}$$

$$= \lim_{x\to\alpha} \frac{(x-\alpha)\cos x\cos\alpha\cdot(x^2+\alpha x+\alpha^2)}{\sin x\cos\alpha - \cos x\sin\alpha} \quad (5)$$

$$= \lim_{x\to\alpha} \frac{x-\alpha}{\sin(x-\alpha)}\cdot\cos x\cos\alpha\cdot(x^2+\alpha x+\alpha^2) \quad (5)$$

(5)

$$= 1\cdot\cos\alpha\cdot\cos\alpha\cdot(3\alpha^2)$$

$$= 3\alpha^2\cos^2\alpha. \quad (5)$$

25

වෙනත් ක්‍රමයක් 1

(5)

$$\lim_{x\to\alpha} \frac{x^3-\alpha^3}{\tan x - \tan\alpha} = \lim_{x\to\alpha} \frac{(x-\alpha)(x^2+\alpha x+\alpha^2)}{\tan(x-\alpha)(1+\tan x\tan\alpha)} \quad \left(\because \tan(x-\alpha) = \frac{\tan x - \tan\alpha)}{1+\tan x\tan\alpha)}\right)$$

$$= \lim_{x\to\alpha} \frac{x-\alpha}{\tan(x-\alpha)}\cdot\frac{x^2+\alpha x+\alpha^2}{(1+\tan x\tan\alpha)} \quad (5)$$

$$= \lim_{x\to\alpha} \frac{x-\alpha}{\sin(x-\alpha)}\cdot\frac{\cos(x-\alpha)\cdot(x^2+\alpha x+\alpha^2)}{(1+\tan x\tan\alpha)}$$

(5)

$$= 1\cdot\frac{1\cdot 3\alpha^2}{1+\tan^2\alpha} \quad (5)$$

$$= \frac{3\alpha^2}{\sec^2\alpha} = 3\alpha^2\cos^2\alpha. \quad (5)$$

25

$\lim_{x\to 0} \frac{\tan x}{x} = 1$

$\frac{x-\alpha}{\sin(x-\alpha)}$

$\lim_{x\to\alpha} \frac{\sin(x-\alpha)}{(x-\alpha)}$

PADANAMA PUBLICATION

වෙනත් ක්‍රමයක් 2

$$\lim_{x\to\alpha}\frac{x^3-\alpha^3}{\tan x-\tan\alpha}=\lim_{x\to\alpha}\frac{x^3-\alpha^3}{x-\alpha}\cdot\frac{x-\alpha}{\frac{\sin x}{\cos x}-\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}$$ (5)

$$=\lim_{x\to\alpha}\frac{x^3-\alpha^3}{x-\alpha}\cdot\frac{x-\alpha}{\frac{\sin x\cos\alpha-\cos x\sin\alpha}{\cos x\cos\alpha}}$$ (5)

$$=\lim_{x\to\alpha}\frac{x^3-\alpha^3}{x-\alpha}\cdot\frac{(x-\alpha)}{\sin(x-\alpha)}\cdot\cos x\cos\alpha$$ (5)

$$=3\alpha^2\cdot 1\cdot\cos^2\alpha$$

(5)

$$=3\alpha^2\cos^2\alpha.$$ (5)

25

6. $0<a<b$ යැයි ගනිමු. $\frac{d}{dx}\sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{b-a}{b}}\cos x\right)=-\frac{\sqrt{b-a}\sin x}{\sqrt{a\cos^2 x+b\sin^2 x}}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\int\frac{\sin x}{\sqrt{a\cos^2 x+b\sin^2 x}}dx$ සොයන්න.

$$\frac{d}{dx}\sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{b-a}{b}}\cos x\right)=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{(b-a)}{b}\cos^2 x}}\times\sqrt{\frac{b-a}{b}}\times(-\sin x)$$ (5) + (5)

$$=-\frac{\sin x}{\sqrt{b-b\cos^2 x+a\cos^2 x}}\times\sqrt{b-a}$$

$$=-\frac{\sqrt{b-a}\sin x}{\sqrt{a\cos^2 x+b\sin^2 x}}$$ (5)

$$\therefore\int-\frac{\sqrt{b-a}\sin x}{\sqrt{a\cos^2 x+b\sin^2 x}}dx=\sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{b-a}{b}}\cos x\right)+\text{නියතය}$$ (5)

$$\int \frac{\sin x}{\sqrt{a\cos^2 x + b\sin^2 x}}\,dx = -\frac{1}{\sqrt{b-a}}\sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{b-a}{b}}\cos x\right) + C,$$ මෙහි C යනු අභිමත නියතයකි. (5)

25

වෙනත් ක්‍රමයක්

$y = \sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{b-a}{b}}\cos x\right)$ යැයි ගනිමු.

එවිට $\sin y = \sqrt{\frac{b-a}{b}}\cos x$ හා $-\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$.

$\cos y \frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{b-a}{b}}(-\sin x)$ ---------------- (1) (5)

$\cos y = \sqrt{1-\sin^2 y} \quad \left(\because -\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}\right)$

$= \sqrt{1 - \frac{b-a}{b}\cos^2 x}$

$= \sqrt{\frac{b(1-\cos^2 x) + a\cos^2 x}{b}}$

$= \frac{\sqrt{a\cos^2 x + b\sin^2 x}}{\sqrt{b}}$ (5)

$\therefore (1) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{\sqrt{b-a}\sin x}{\sqrt{a\cos^2 x + b\sin^2 x}}$. (5)

පෙර මෙන් අනුකලනය (10)

25

7. C වක්‍රයක්, $0<\theta<\frac{\pi}{2}$ සඳහා $x=3\cos\theta-\cos^3\theta$, $y=3\sin\theta-\sin^3\theta$ මගින් පරාමිතිකව දෙනු ලැබේ. $\frac{dy}{dx}=-\cot^3\theta$ බව පෙන්වන්න.

ස්පර්ශ රේඛාවේ අනුක්‍රමණය -1 වන පරිදි C වක්‍රය මත වූ P ලක්ෂ්‍යයෙහි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

$x=3\cos\theta-\cos^3\theta \qquad y=3\sin\theta-\sin^3\theta$

$$\frac{dx}{d\theta}=-3\sin\theta+3\cos^2\theta\sin\theta;\quad \frac{dy}{d\theta}=3\cos\theta-3\sin^2\theta\cos\theta$$

(5) (5)

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy/d\theta}{dx/d\theta}=\frac{3\cos\theta(1-\sin^2\theta)}{-3\sin\theta(1-\cos^2\theta)}=-\frac{\cos^3\theta}{\sin^3\theta}=-\cot^3\theta.$$ (5)

$$\frac{dy}{dx}=-1\Leftrightarrow\cot\theta=1\Leftrightarrow\theta=\frac{\pi}{4}$$ (5)

$$P\equiv\left(\frac{3}{\sqrt2}-\frac{1}{2\sqrt2},\frac{3}{\sqrt2}-\frac{1}{2\sqrt2}\right)\equiv\left(\frac{5}{2\sqrt2},\frac{5}{2\sqrt2}\right).$$ (5)

25

---

8. l_1 හා l_2 යනු පිළිවෙළින් $3x-4y=2$ හා $4x-3y=1$ මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛා යැයි ගනිමු.

(i) l_1 හා l_2 අතර කෝණවල සමච්ඡේදකයන්හි සමීකරණ ලියා දක්වන්න.

(ii) l_1 හා l_2 අතර සුළු කෝණයේ සමච්ඡේදකයෙහි සමීකරණය සොයන්න.

සමච්ඡේදක,

$$\frac{3x-4y-2}{5}=\pm\frac{4x-3y-1}{5}$$ (5)

මගින් දෙනු ලැබේ.

$x+y+1=0$ හෝ $7x-7y-3=0$ (5)

l_1 හා $x+y+1=0$ අතර සුළු කෝණය α ලෙස ගන්න.

$$\tan\alpha=\left|\frac{\frac{3}{4}+1}{1-\frac{3}{4}}\right|$$ (5)

$$=7>1.$$ (5)

$\therefore 7x-7y-3=0$ යනු l_1 හා l_2 අතර සුළු කෝණයේ සමීකරණය වේ. (5)

25

9. S යනු $x^2+y^2-4=0$ මගින් දෙනු ලබන වෘත්තය යැයි ද l යනු $y=x+1$ මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛාව යැයි ද ගනිමු. S හා l හි ඡේදන ලක්ෂ්‍ය හරහා යන්නා වූ ද S වෘත්තය ප්‍රලම්බව ඡේදනය කරන්නා වූ ද වෘත්තයෙහි සමීකරණය සොයන්න.

අවශ්‍ය සමීකරණය $(x^2+y^2-4)+\lambda(y-x-1)=0$ ආකාර වේ.; මෙහි $\lambda\in\mathbb{R}$.

i.e. $x^2+y^2-\lambda x+\lambda y-\lambda-4=0.$ (10)

මෙය S ට ප්‍රලම්බ නම්, $g=0; f=0; c=-4; g'=-\frac{\lambda}{2}; f'=\frac{\lambda}{2}; c'=-\lambda-4,$ සමගින්

$2gg'+2ff'=c+c'$ විය යුතුයි. (5)

i.e. $0=-\lambda-8$

$\therefore \lambda=-8.$ (5)

$\therefore$ පිළිතුර $x^2+y^2+8x-8y+4=0$ වේ. (5)

25

---

10. $-\pi<\theta\le\pi$ සඳහා $\left(\cos\frac{\theta}{2}+\sin\frac{\theta}{2}\right)^2=1+\sin\theta$ බව පෙන්වන්න. ඒ නයින්, $\cos\frac{\pi}{12}+\sin\frac{\pi}{12}=\sqrt{\frac{3}{2}}$ බව පෙන්වා $\cos\frac{\pi}{12}-\sin\frac{\pi}{12}$ හි අගය ද සොයන්න. $\sin\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$ බව අපෝහනය කරන්න.

$$\left(\sin\frac{\theta}{2}+\cos\frac{\theta}{2}\right)^2=\sin^2\frac{\theta}{2}+2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}+\cos^2\frac{\theta}{2}$$

(5)

$$=1+\sin\theta \quad \left(\because \sin^2\frac{\theta}{2}+\cos^2\frac{\theta}{2}=1 \text{ and } 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}=\sin\theta.\right)$$

$\theta=\frac{\pi}{6}$ යැයි ගනිමු. (5)

එවිට $\left(\cos\frac{\pi}{12}+\sin\frac{\pi}{12}\right)^2=1+\frac{1}{2}.$

$\therefore \sin\frac{\pi}{12}+\cos\frac{\pi}{12}=\sqrt{\frac{3}{2}}$ ------------ (1) (5) $\left(\because \sin\frac{\pi}{12}+\cos\frac{\pi}{12}>0\right)$

$\theta=\frac{-\pi}{6}$:යැයි ගනිමු.

එවිට $\left(\cos\frac{\pi}{12} - \sin\frac{\pi}{12}\right)^2 = \frac{1}{2}$.

$\therefore \cos\frac{\pi}{12} - \sin\frac{\pi}{12} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ -------------- (2) $(\because \sin\frac{\pi}{12} < \cos\frac{\pi}{12})$ (5)

$(1) - (2) \Rightarrow \sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$. (5)

But

25

---

11. (a) $f(x) = 3x^2 + 2ax + b$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a, b \in \mathbb{R}$ වේ.

$f(x) = 0$ සමීකරණයට තාත්ත්වික ප්‍රභින්න මූල දෙකක් තිබෙන බව දී ඇත. $a^2 > 3b$ බව පෙන්වන්න.

$f(x) = 0$ හි මූල α හා β යැයි ගනිමු. a ඇසුරෙන් $\alpha + \beta$ ද b ඇසුරෙන් $\alpha\beta$ ද ලියා දක්වන්න.

$|\alpha - \beta| = \frac{2}{3}\sqrt{a^2 - 3b}$ බව පෙන්වන්න.

$|\alpha + \beta|$ හා $|\alpha - \beta|$ ස්වකීය මූල ලෙස ඇති වර්ගජ සමීකරණය

$9x^2 - 6\left(|a| + \sqrt{a^2 - 3b}\right)x + 4\sqrt{a^4 - 3a^2b} = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

(b) $g(x) = x^3 + px^2 + qx + 1$ යැයි ගනිමු; මෙහි $p, q \in \mathbb{R}$ වේ. $(x-1)(x+2)$ මගින් $g(x)$ බෙදූ විට ශේෂය $3x+2$ වේ. $(x-1)$ මගින් $g(x)$ බෙදූ විට ශේෂය 5 බව හා $(x+2)$ මගින් $g(x)$ බෙදූ විට ශේෂය -4 බව පෙන්වන්න.

p හා q හි අගයන් සොයා $(x+1)$ යන්න $g(x)$ හි සාධකයක් බව පෙන්වන්න.

(a) විවේචකය $\Delta = (2a)^2 - 4(3)(b)$ (5)

$= 4(a^2 - 3b)$. (5)

$f(x) = 0$ ට තාත්ත්වික ප්‍රභින්න මූල දෙකක් ඇති නිසා, $\Delta > 0$ විය යුතුයි. (5)

$\therefore \; a^2 > 3b$. (5)

20

$\alpha + \beta = -\frac{2a}{3}$ හා $\alpha\beta = \frac{b}{3}$.

(5) (5)

10

$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ (10)

$= \frac{4a^2}{9} - \frac{4b}{3}$ (5)

$$= \frac{4}{9}(a^2 - 3b).$$ (5)

$$\therefore\ |\alpha - \beta| = \frac{2}{3}\sqrt{a^2 - 3b}.$$ (5)

25

$\alpha' = |\alpha + \beta|$ හා $\beta' = |\alpha - \beta|$ යැයි ගනිමු.

එවිට $\alpha' = \frac{2}{3}|a|$ හා $\beta' = \frac{2}{3}\sqrt{a^2 - 3b}.$ (5)

අවශ්‍ය සමීකරණය $(x - \alpha')(x - \beta') = 0$ වේ. (5)

i.e. $x^2 - (\alpha' + \beta')x + \alpha'\beta' = 0.$ (5)

$$\Rightarrow x^2 - \left(\frac{2}{3}|a| + \frac{2}{3}\sqrt{a^2 - 3b}\right)x + \frac{4}{9}|a|\sqrt{a^2 - 3b} = 0.$$ (5) (5)

$$\Rightarrow 9x^2 - 6\left(|a| + \sqrt{a^2 - 3b}\right)x + 4\sqrt{a^4 - 3a^2 b} = 0.$$ (5)

30

(b) $g(x)$ යන්න $(x-1)(x+2)$ මගින් බෙදූ විට ශේෂය $3x+2$ වන නිසා ,

$g(x) = h(x)(x-1)(x+2) + 3x + 2,$ ------------ (1) (10)

මෙහි $h(x)$ මාත්‍රය 1 වන බහුපදයකි.

ශේෂ ප්‍රමේයය මගින් $g(x)$ යන්න $(x-1)$ මගින් බෙදූ විට ශේෂය $g(1)$ වේ. (5)

$(1) \Rightarrow g(1) = 5.$ (5)

$g(x) = (x-1)(x-2)h(x) + (3x+2)$

Now $\frac{g(x)}{(x-1)} = \frac{(x-1)(x-2)h(x)}{(x-1)} + \frac{3x+2}{(x-1)}$

$h(x) = (ax+b)$

+94 71 800 8533 / +94 77 088 2228 WWW.PADANAMAPUBLICATION.LK

එනයින්, $g(x)$ යන්න $(x-1)$ මගින් බෙදූ විට ශේෂය 5 වේ.

නැවතත්, ශේෂ ප්‍රමේයය මගින් $g(x)$ යන්න $(x+2)$ මගින් බෙදූ විට ශේෂය $g(-2)$ වේ. (5)

$(1) \Rightarrow g(-2) = -4.$ (5)

එනයින්, $g(x)$ යන්න $(x+2)$ මගින් බෙදූ විට ශේෂය -4 වේ.

30

$g(1) = 5 \Rightarrow 1 + p + q + 1 = 5$ (5)

$p + q = 3$

$g(-2) = -4 \Rightarrow -8 + 4p - 2q + 1 = -4$ (5)

$4p - 2q = 3$

$p = \frac{3}{2}$ හා $q = \frac{3}{2}.$

(5) (5)

20

---

(5) (5)

දැන් $g(-1) = -1 + p - q + 1 = 0. (\because p = q)$

එමනිසා සාධක ප්‍රමේයය මගින්, $(x+1)$ යන්න $g(x)$ හි සාධකයක් වේ. (5)

15

---

12. (a) x හි ආරෝහණ බල වලින් $(5+2x)^{14}$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණය ලියා දක්වන්න.
$r = 0, 1, 2, \ldots, 14$ සඳහා ඉහත ප්‍රසාරණයේ x^r අඩංගු පදය T_r යැයි ගනිමු.
$x \neq 0$ සඳහා $\dfrac{T_{r+1}}{T_r} = \dfrac{2(14-r)}{5(r+1)}x$ බව පෙන්වන්න.
ඒ නයින්, $x = \dfrac{4}{3}$ වන විට, ඉහත ප්‍රසාරණයෙහි විශාලතම පදය ලබාදෙන r හි අගය සොයන්න.

(b) $c \geq 0$ යැයි ගනිමු. $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\dfrac{2}{(r+c)(r+c+2)} = \dfrac{1}{(r+c)} - \dfrac{1}{(r+c+2)}$ බව පෙන්වන්න.
ඒ නයින්, $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\displaystyle\sum_{r=1}^{n} \frac{2}{(r+c)(r+c+2)} = \frac{(3+2c)}{(1+c)(2+c)} - \frac{1}{(n+c+1)} - \frac{1}{(n+c+2)}$ බව පෙන්වන්න.
$\displaystyle\sum_{r=1}^{\infty} \frac{2}{(r+c)(r+c+2)}$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව අපෝහනය කර එහි ඓක්‍යය සොයන්න.
c සඳහා සුදුසු අගයන් සහිත ව මෙම ඓක්‍යය භාවිතයෙන්, $\displaystyle\sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{r(r+2)} = \frac{1}{3} + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{(r+1)(r+3)}$ බව පෙන්වන්න.

(a) $(5+2x)^{14} = \displaystyle\sum_{r=0}^{14} {}^{14}C_r 5^{14-r}(2x)^r$ (10) or [0]

$= \displaystyle\sum_{r=0}^{14} {}^{14}C_r 5^{14-r} \cdot 2^r \cdot x^r$, මෙහි $r = 0, 1, \ldots, 14$ සඳහා ${}^{14}C_r = \dfrac{14!}{r!(14-r)!}$.

(5) [15]

$r = 0, 1, \ldots, 14$ සඳහා $T_r = {}^{14}C_r 5^{14-r} \cdot 2^r \cdot x^r$ යැයි ගන්න.

එවිට $\dfrac{T_{r+1}}{T_r} = \dfrac{14!\, 5^{13-r}\, 2^{r+1}}{(r+1)!(13-r)!}x^{r+1} \Big/ \dfrac{14!\, 5^{14-r}\, 2^r}{r!(14-r)!}x^r$ (5) $\dfrac{Tr+1}{Tr}$

(10) Tr+1 ට

$= \dfrac{2(14-r)}{5(r+1)}x$ (5) [20]

$x=\frac{4}{3} \Rightarrow \frac{T_{r+1}}{T_r}=\frac{2}{5}\frac{(14-r)}{(r+1)}\cdot\frac{4}{3}$ (5)

$\frac{8}{15}\frac{(14-r)}{(r+1)} \gtrless 1$ වන විට $\frac{T_{r+1}}{T_r} \gtrless 1$ ලෙස වේ.

(5) (5)

එවිට $112-8r \gtrless 15r+15.$

එවිට $r \lessgtr \frac{97}{23}=4\frac{5}{23}.$

(5)

$T_0<T_1<T_2<T_3<T_4<T_5>T_6\cdots>T_{14}$ (10)

එමනිසා අවශ්‍ය අගය $r=5.$ (5)

35

(b) $\frac{1}{r+c}-\frac{1}{r+c+2}=\frac{(r+c+2)-(r+c)}{(r+c)(r+c+2)}$ (5)

$=\frac{2}{(r+c)(r+c+2)}.$ (5)

10

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $u_r=\frac{2}{(r+c)(r+c+2)}$, යැයි ගනිමු.

එවිට

$r=1;\quad u_1=\frac{1}{1+c}-\frac{1}{3+c}$

(5)

$r=2;\quad u_2=\frac{1}{2+c}-\frac{1}{4+c}$

$r=3;\quad u_3=\frac{1}{3+c}-\frac{1}{5+c}$ (5)

$\vdots$

$r=n-2;\ u_{n-2}=\dfrac{1}{n-2+c}-\dfrac{1}{n+c}$ (5)

$r=n-1;\ u_{n-1}=\dfrac{1}{n-1+c}-\dfrac{1}{n+c+1}$

$r=n;\ \ u_n=\dfrac{1}{n+c}-\dfrac{1}{n+c+2}$ (5)

$$\sum_{r=1}^{n}u_r=\frac{1}{1+c}+\frac{1}{2+c}-\frac{1}{n+c+1}-\frac{1}{n+c+2}$$ (10) — or [0]

$$=\frac{3+2c}{(1+c)(2+c)}-\frac{1}{n+c+1}-\frac{1}{n+c+2}.$$ (5)

35

ද. අ. පැ. සීමාව $n\to\infty$ විට $\dfrac{3+2c}{(1+c)(2+c)}$ වේ. (10) or [0]

$\therefore\ \displaystyle\sum_{r=1}^{\infty}u_r$ අභිසාරී වේ (5) හා ඓක්‍යය $\dfrac{3+2c}{(1+c)(2+c)}$ වේ. (5)

20

$c=0$: ආදේශයෙන්, $\displaystyle\sum_{r=1}^{\infty}\frac{1}{r(r+2)}=\frac{3}{4}$. ----------------(1) (5)

$c=1$: ආදේශයෙන් $\displaystyle\sum_{r=1}^{\infty}\frac{1}{(r+1)(r+3)}=\frac{5}{12}$. (5)

$\Rightarrow \dfrac{1}{3}+\displaystyle\sum_{r=1}^{\infty}\frac{1}{(r+1)(r+3)}=\frac{1}{3}+\frac{5}{12}=\frac{3}{4}$ ----------------(2)

දැන්, (1) හා (2) $\Rightarrow \displaystyle\sum_{r=1}^{\infty}\frac{1}{r(r+2)}=\frac{1}{3}+\sum_{r=1}^{\infty}\frac{1}{(r+1)(r+3)}$. (5)

15

13. (a) $A = \begin{pmatrix} 2 & a & 3 \\ -1 & b & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & a \\ 1 & b & 0 \end{pmatrix}$ හා $P = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a, b \in \mathbb{R}$ වේ.

$AB^T = P$ බව දී ඇත; මෙහි B^T මගින් B න්‍යාසයෙහි පෙරළම දැක්වේ. $a = 1$ හා $b = -1$ බව පෙ

a හා b සඳහා මෙම අගයන් සහිත ව B^TA සොයන්න.

P^{-1} ලියා දක්වා, එය භාවිතයෙන්, $PQ = P^2 + 2I$ වන පරිදි Q න්‍යාසය සොයන්න; මෙහි I යනු ගෙ
වූ ඒකක න්‍යාසයයි.

(b) ආගන්ඩ් සටහනක, $|z| = 1$ සපුරාලන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යයන්හි පථය වූ C
දළ සටහනක් අඳින්න.

$z_0 = a(\cos\theta + i\sin\theta)$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a > 0$ හා $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ වේ. $\frac{1}{z_0}$ හා z_0^2 යන සංකීර්ණ සං
එක එකක මාපාංකය a ඇසුරෙන් ද ප්‍රධාන විස්තාරය θ ඇසුරෙන් ද සොයන්න.

P, Q, R හා S යනු පිළිවෙළින් $z_0, \frac{1}{z_0}, z_0 + \frac{1}{z_0}$ හා z_0^2 යන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා ඉහත ආගන්ඩ් සටහ
නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍ය යැයි ගනිමු.

P ලක්ෂ්‍යය ඉහත C මත පිහිටන විට

(i) Q හා S ලක්ෂ්‍ය ද C මත පිහිටන බවත්

(ii) R ලක්ෂ්‍යය තාත්වික අක්ෂය මත 0 හා 2 අතර පිහිටන බවත්

පෙන්වන්න.

(a) $$AB^T = \begin{pmatrix} 2 & a & 3 \\ -1 & b & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & b \\ a & 0 \end{pmatrix}$$ (5)

$$= \begin{pmatrix} 2-a+3a & 2+ab \\ -1-b+2a & -1+b^2 \end{pmatrix}$$ (10)

$$AB^T = P \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2-a+3a & 2+ab \\ -1-b+2a & -1+b^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$ (5)

$$\Leftrightarrow 2+2a=4,\quad 2+ab=1,\quad -1+2a-b=2,\quad -1+b^2=0.$$ (10)

$$\Leftrightarrow a=1, \quad b=-1.$$ (5)

දැන්, $B^T A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ (5)

$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ -1 & 0 & -5 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$ (5)

45

$P^{-1} = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}.$ (10)

තවද $PQ = P^2 + 2I \Leftrightarrow P^{-1}(PQ) = P^{-1}(P^2 + 2I)$ (5)

$\Leftrightarrow Q = P^{-1}P^2 + P^{-1}(2I)$ (5)

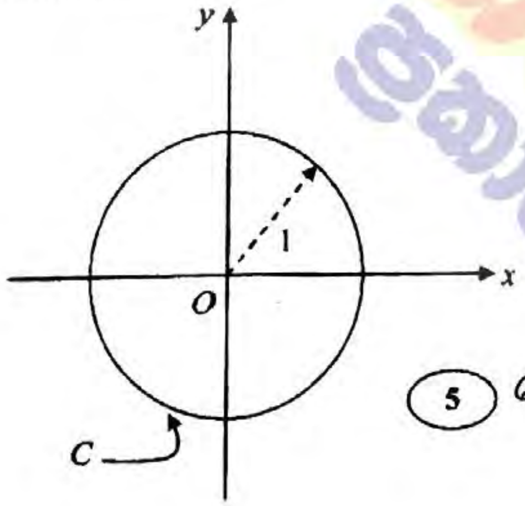
$\Leftrightarrow Q = P + 2P^{-1}$ (5)

$\Leftrightarrow Q = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$ (5)

$\therefore Q = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}.$ (5)

35

(b)



(5)

5

Note that $0 < \theta < \frac{\pi}{2} \Rightarrow 0 < 2\cos\theta < 2$.

$\therefore\ z_0 + \frac{1}{z_0}$ මගින් නිරූපනය කරන සංකෘාව තාත්වික වන අතර තාත්වික අක්ෂය මත 0 හා 2 අතර පිහිටයි.. (5)

10

---

14. (*a*) $x \neq 1, 2$ සඳහා $f(x) = \frac{x^2}{(x-1)(x-2)}$ යැයි ගනිමු.

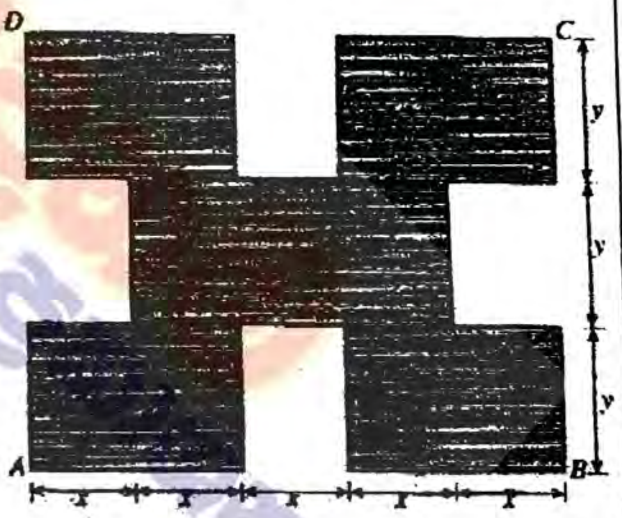
$x \neq 1, 2$ සඳහා $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය, $f'(x)$ යන්න $f'(x) = \frac{x(4-3x)}{(x-1)^2(x-2)^2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ස්පර්ශෝන්මුඛ හා හැරුම් ලක්ෂ්‍ය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන් $\frac{x^2}{(x-1)(x-2)} \le 0$ අසමානතාව විසඳන්න.

(*b*) යාබද රූපයේ පෙන්වා ඇති අඳුරු කළ පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය $385\ m^2$ වේ. මෙම පෙදෙස ලබාගෙන ඇත්තේ දිග මීටර $5x$ ද පළල මීටර $3y$ ද වූ $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයකින්, දිග මීටර y ද පළල මීටර x ද වූ සර්වසම සෘජුකෝණාස්‍ර හතරක් ඉවත් කිරීමෙනි. $y = \frac{35}{x}$ බව පෙන්වා, අඳුරු කළ පෙදෙසෙහි මීටරවලින් මනින ලද පරිමිතිය P යන්න $x > 0$ සඳහා $P = 14x + \frac{350}{x}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

P අවම වන පරිදි x හි අගය සොයන්න.



(a) $x \neq 1, 2.$ සඳහා $f(x) = \frac{x^2}{(x-1)(x-2)}$

එවිට $f'(x) = \frac{(x-1)(x-2)2x - x^2(2x-3)}{(x-1)^2(x-2)^2}$ (10) or 10

$= \frac{-6x^2 + 4x + 3x^2}{(x-1)^2(x-2)^2}$ (5)

$$= \frac{x(4-3x)}{(x-1)^2(x-2)^2}, \quad (x \neq 1, 2 \text{ සඳහා})$$ (5)

20

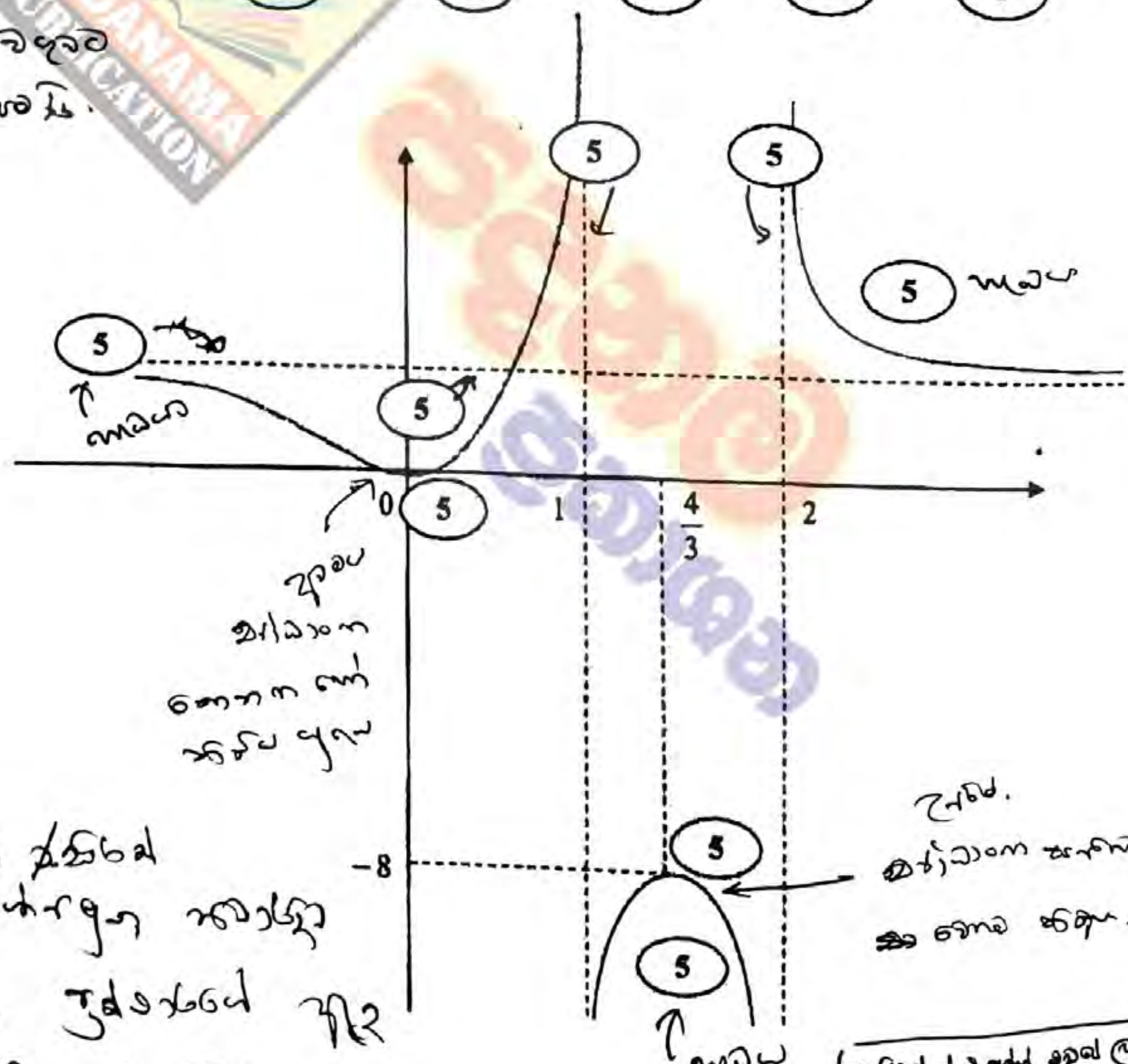
තිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛ : $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = 1$. එනයින් එය $y = 1$ වේ.

$\lim_{x \to 1-} f(x) = \infty$ හා $\lim_{x \to 1+} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \to 2-} f(x) = -\infty$ හා $\lim_{x \to 2+} f(x) = \infty$.

සිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛ: $x = 1, 2$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ or $x = \frac{4}{3}$. (5)

	$-\infty < x < 0$	$0 < x < 1$	$1 < x < \frac{4}{3}$	$\frac{4}{3} < x < 2$	$2 < x < \infty$
$f'(x)$ හි ලකුණ	(-)	(+)	(+)	(-)	(-)
	(5)	(5)	(5)	(5)	(5)



~~හැරුම් ලක්ෂ දෙකක් පවතී :: (0,0) - ස්ථානීය අවමයක් $\left(\frac{4}{3}, -8\right)$ ස්ථානීය උපරිමයක්~~

70

(5) $x = 0$ or $1 < x < 2$ (5)

~~30~~ 10

(b) වර්ගඵලය : $(5x)(3y) - 4xy = 385$ (5)

$11xy = 385$

$xy = 35$

$y = \frac{35}{x}$. (5)

පරිමිතිය: $P = 2(5x+3y) + 4x + 4y$ (5)

$= 14x + 10y$

$= 14x + \frac{350}{x}$; $x > 0$. (5)

$\frac{dP}{dx} = 14 - \frac{350}{x^2}$ (5)

$\frac{dP}{dx} = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{350}{14} = 25$ (5)

$\therefore x = 5$ (5)

$0 < x < 5$ සඳහා $\frac{dP}{dx} < 0$ හා $5 < x$ සඳහා $\frac{dP}{dx} > 0$ වේ.
(5) (5)

$x = 5$ වන විට P අවමයක් වේ. (5)

50

---

15. (a) (i) $\frac{1}{x(x+1)^2}$ භින්න භාග ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කර, ඒ නයින්, $\int \frac{1}{x(x+1)^2}\,dx$ සොයන්න.

(ii) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්, $\int xe^{-x}\,dx$ සොයා, ඒ නයින්, $y = xe^{-x}$ වක්‍රයෙන් ද $x =$
$x = 2$ හා $y = 0$ සරල රේඛාවලින් ද ආවෘත පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය සොයන්න.

(b) $c > 0$ හා $I = \int_0^c \frac{\ln(c+x)}{c^2+x^2}\,dx$ යැයි ගනිමු. $x = c\tan\theta$ ආදේශය භාවිතයෙන්,

$I = \frac{\pi}{4c}\ln c + \frac{1}{c}J$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln(1+\tan\theta)\,d\theta$ වේ.

a නියතයක් වන $\int_0^a f(x)\,dx = \int_0^a f(a-x)\,dx$ සූත්‍රය භාවිතයෙන්, $J = \frac{\pi}{8}\ln 2$ බව පෙන්වන්න.

$I = \frac{\pi}{8c}\ln(2c^2)$ බව අපෝහනය කරන්න.

(i) $\frac{1}{x(x+1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2}$ ← (10)

$\frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{(x+1)^2}$ ලෙස ... (5)

$1 = A(x+1)^2 + Bx(x+1) + Cx$

$1 = (A+B)x^2 + (2A+B+C)x + A$

සංගුණක සමාන කිරීමෙන්,

$x^0 : 1 = A$

$x^1 : 0 = 2A+B+C$ (10) — (3) ම නම් (10), (2) ක් නම් (5)

$x^2 : 0 = A+B$

$\therefore\ A = 1, B = -1$ and $C = -1.$ (10) — 3 ම නම් (10), 2 නම් (5)

$\int \frac{1}{x(x+1)^2}\,dx = \int \frac{1}{x}\,dx - \int \frac{1}{x+1}\,dx - \int \frac{1}{(x+1)^2}\,dx$ (5)

(15) $= \ln|x| - \ln|x+1| + \frac{1}{x+1} + C'$, මෙහි C' යනු අභිමත නියතයකි.

4 ම නම් (15), 3 නම් (10), 2 නම් (5)

50

(ii) $\int xe^{-x}\,dx = -xe^{-x} + \int e^{-x}\,dx$ (10)

$= -xe^{-x} - e^{-x} + C''$, මෙහි C'' යනු අභිමත නියතයකි. (5)

(5)

අවශ්‍ය වර්ගඵලය $= \int_1^2 xe^{-x}dx$ (5)

$= -(x+1)e^{-x}\Big|_1^2$ (5)

$= 2e^{-1} - 3e^{-2}.$ (5)

35

(b) $x = c\tan\theta$ යැයි ගනිමු.

එවිට $dx = c\sec^2\theta\, d\theta.$

$x = 0$ වනවිට $\theta = 0$ වන අතර $x = c,$ වනවිට $\theta = \frac{\pi}{4}$ වේ.

(5)

එවිට, $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\ln c(1+\tan\theta)}{c^2 + c^2\tan^2\theta} \cdot c\sec^2\theta\, d\theta$ (5) (5)

$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\ln c(1+\tan\theta)}{c^2\sec^2\theta} \cdot c\sec^2\theta\, d\theta$ (5)

$= \frac{1}{c}\int_0^{\frac{\pi}{4}} \{\ln c + \ln(1+\tan\theta)\} d\theta$ (5)

$= \frac{1}{c}\ln c \int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta + \frac{1}{c}\int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln\{1+\tan\theta\} d\theta$

$= \frac{1}{c}\ln c \cdot \theta\Big|_0^{\pi/4} + \frac{1}{c}J$ (5)

PADANAMA PUBLICATION

$$= \frac{\pi}{4c}\ln c + \frac{1}{c}J .$$ (5)

35

$$J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln\left(1 + \tan\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right)\right) d\theta$$ (5)

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln\left\{1 + \frac{1 - \tan\theta}{1 + \tan\theta}\right\} d\theta$$ (5)

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln\frac{2}{(1 + \tan\theta)}\, d\theta$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \{\ln 2 - \ln(1 + \tan\theta)\} d\theta$$ (5)

$$= \ln 2 \cdot \frac{\pi}{4} - J$$

$$\therefore J = \frac{\pi}{8}\ln 2 .$$ (5)

$$\therefore I = \frac{\pi}{4c}\ln c + \frac{1}{c}\frac{\pi}{8}\ln 2$$ (5)

$$= \frac{\pi}{8c}\{2\ln c + \ln 2\}$$

$$= \frac{\pi}{8c}\ln(2c^2) .$$ (5)

30

---

16. $m \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු. $P \equiv (0,1)$ ලක්ෂ්‍යය $y = mx$ මගින් දෙනු ලබන l සරල රේඛාව මත නොපිහිටන බව පෙන්වන්න.

l ට ලම්බව P හරහා වූ සරල රේඛාව මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක $(-mt, t+1)$ ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි t යනු පරාමිතියකි.

ඒ නයින්, P සිට l ට ඇඳි ලම්බයේ අඩිය වූ Q ලක්ෂ්‍යයෙහි ඛණ්ඩාංක $\left(\frac{m}{1+m^2}, \frac{m^2}{1+m^2}\right)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

m විචලනය වන විට, Q ලක්ෂ්‍යය $x^2 + y^2 - y = 0$ මගින් දෙනු ලබන S වෘත්තය මත පිහිටන බව පෙන්වා, Q හි පථයේ දළ සටහනක් xy තලයෙහි අඳින්න.

තව ද $R \equiv \left(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{1}{4}\right)$ ලක්ෂ්‍යය S මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

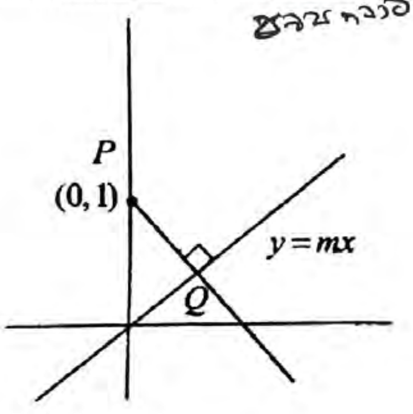
R ලක්ෂ්‍යයේ දී S බාහිරව ස්පර්ශ කරන හා x-අක්ෂය මත කේන්ද්‍රය පිහිටන S' වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

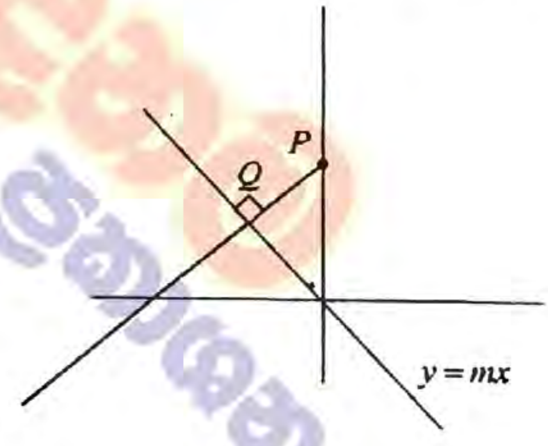
S' හි කේන්ද්‍රයම කේන්ද්‍රය ලෙස ඇතිව S අභ්‍යන්තරව ස්පර්ශ කරන වෘත්තයේ සමීකරණය ලියා දක්වන්න.

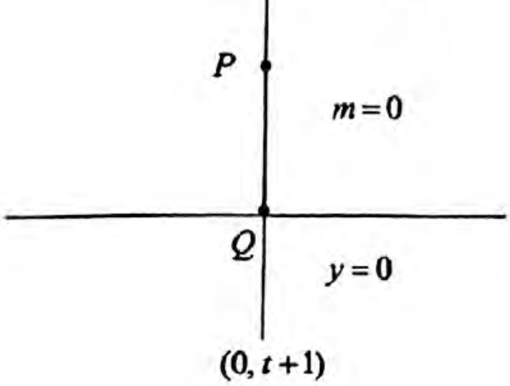
$(0,1)$ ලක්ෂ්‍යය l මත පිහිටයි නම් එවිට $1 = m \times 0$ ලෙස විය යුතුයි. i.e. $1 = 0$. මෙය විසංවාදයකි.

$\therefore (0,1)$ යන්න l මත නොපිහිටයි. (5) විසංවාදය → (5)

10







(i) අවස්ථාව : $m \neq 0$

මෙම අවස්ථාවේදී , P හරහා යන l ට ලම්බ රේඛාවේ සමීකරණය පහත ආකාර වේ.

$y-1=-\frac{1}{m}(x-0)$. (10)

මෙම සමීකරණයට t හදුන්වදීමෙන් $y-1=-\frac{1}{m}(x-0)=t$ (යැයි කියමු) (5)

එවිට $y=t+1$ හා $x=-mt$,. මෙහි t යනු පරාමිතියකි.

(5) (5)

එනයින් , l ට ලම්බ P හරහා යන රේඛාව මත පිහිටි ඕනෑම ලක්ෂයක ඛණ්ඩාංක $(-mt, t+1)$, ආකාර ගනියි. මෙහි t යනු පරාමිතියකි.

(ii) අවස්ථාව $m=0$

මෙම අවස්ථාවේදී , P හරහා යන l ට ලම්බ රේඛාවේ සමීකරණය y-අක්ෂය වන අතර එනයින් එය මත පිහිටි ඕනෑම ලක්ෂයක ඛණ්ඩාන්ව $(0, t+1)$ ආකාර ගනියි. මෙහි t පරාමිතියක් එමනිසා සියලු m අගයන් සඳහා මෙම ආකාරය සත්‍ය වේ.. (5)

30

---

t_0 යනු Q ට අනුරූප t අගය ලෙස ගනිමු.

Q යන්න l, මත පිහිටන නිසා $t_0+1=m(-mt_0)$. (5)

$$\therefore t_0=-\frac{1}{1+m^2}, \text{ සහ එනයින් } Q \equiv \left(-m\left(-\frac{1}{1+m^2}\right), -\frac{1}{1+m^2}+1\right)$$ (5) (5)

$$\equiv \left(\frac{m}{1+m^2}, \frac{m^2}{1+m^2}\right)$$ (5)

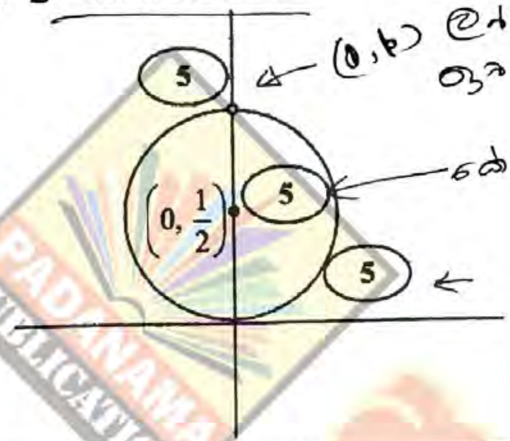
20

$x=\frac{m}{1+m^2}$, $y=\frac{m^2}{1+m^2}$ යන්න x^2+y^2-y හි ආදේශයෙන් (5)

$$x^2+y^2-y=\frac{m^2}{(1+m^2)^2}+\frac{m^4}{(1+m^2)^2}-\frac{m^2}{1+m^2}=\frac{m^2(1+m^2)}{(1+m^2)^2}-\frac{m^2}{1+m^2}=0.$$ (5)

(5)

(5) එනයින් Q යන්න S මත පිහිටයි.



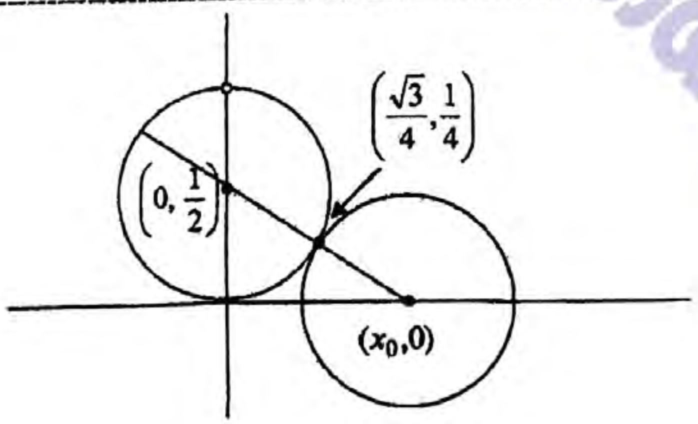
35

$x=\frac{\sqrt{3}}{4}$ හා $y=\frac{1}{4}$ යන්න x^2+y^2-y හි ආදේශයෙන් (5)

$$x^2+y^2-y=\frac{3}{16}+\frac{1}{16}-\frac{1}{4}=0.$$ (5)

S මත $\left(\frac{\sqrt{3}}{4},\frac{1}{4}\right)$ පිහිටයි. (5)

15



එවිට x_0 යනු S' හි කේන්ද්‍රයේ

x හි ඛණ්ඩාංකය ලෙස ගත්ත

$$\sqrt{x_0^2+\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{4}-x_0\right)^2+\frac{1}{16}}. \quad (5)$$

(5) (5)

$$\Rightarrow \quad x_0^2+\frac{1}{4}=\frac{1}{4}+\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{4}-x_0\right)^2+\frac{1}{16}}+\left(\frac{\sqrt{3}}{4}-x_0\right)^2+\frac{1}{16}. \quad (5)$$

$$\Rightarrow \quad x_0=\frac{\sqrt{3}}{2}. \quad (5)$$

එනයින් S' හි සමීකරණය $\left(x-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+y^2=\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{4}\right)^2.$ (5)

i.e. $\left(x-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+y^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2.$

30

S අභ්‍යන්තර ව ස්පර්ශ කරන අවශ්‍ය වෘත්තයේ සමීකරණය

$$\left(x-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+y^2=\left(\frac{3}{2}\right)^2. \quad (10)$$

10

---

17. (a) (i) $0° < \theta < 90°$ සඳහා $\frac{2\cos(60° - \theta) - \cos\theta}{\sin\theta} = \sqrt{3}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) රූපයේ පෙන්වා ඇති $ABCD$ චතුරස්‍රයෙහි $AB = AD$, $A\hat{B}C = 80°$, $C\hat{A}D = 20°$ හා $B\hat{A}C = 60°$ වේ. $A\hat{C}D = \alpha$ යැයි ගනිමු. ABC ත්‍රිකෝණය සඳහා සයින් නීතිය භාවිතයෙන්, $\frac{AC}{AB} = 2\cos 40°$ බව පෙන්වන්න.

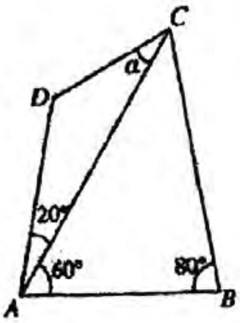
මීළඟට ADC ත්‍රිකෝණය සඳහා සයින් නීතිය භාවිතයෙන්,

$\frac{AC}{AD} = \frac{\sin(20° + \alpha)}{\sin\alpha}$ බව පෙන්වන්න.

$\sin(20° + \alpha) = 2\cos 40° \sin\alpha$ බව අපෝහනය කරන්න.

ඒ නයින්, $\cot\alpha = \frac{2\cos 40° - \cos 20°}{\sin 20°}$ බව පෙන්වන්න.

දැන්, ඉහත (i) හි ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන්, $\alpha = 30°$ බව පෙන්වන්න.



(b) $\cos 4x + \sin 4x = \cos 2x + \sin 2x$ සමීකරණය විසඳන්න.

(a) (i) $\frac{2\left\{\frac{1}{2}\cos\theta + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta\right\} - \cos\theta}{\sin\theta} = \sqrt{3}$. (5) (5) (5)

15

(ii) සයින් නීතිය භාවිතයෙන් $\frac{AC}{\sin 80°} = \frac{AB}{\sin 40°}$. (10)

(5)

$\Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{2\sin 40° \cos 40°}{\sin 40°} = 2\cos 40°$ (5)

(5)

නැවතත් සයින් නීතිය භාවිතයෙන් $\frac{AC}{\sin(\alpha + 20°)} = \frac{AD}{\sin\alpha}$ (10)

$\Rightarrow \frac{AC}{AD} = \frac{\sin(20° + \alpha)}{\sin\alpha}$ (5)

එනයින් , $AB = AD \Rightarrow \dfrac{\sin(20^\circ + \alpha)}{\sin\alpha} = 2\cos40^\circ$. (5)

(5)

$\therefore\ \sin(20^\circ + \alpha) = 2\sin\alpha\cos40^\circ$

$\Rightarrow\ \sin20^\circ\cos\alpha + \cos20^\circ\sin\alpha = 2\sin\alpha\cos40^\circ$ (5)

$\Rightarrow\ \cot\alpha = \dfrac{2\cos40^\circ - \cos20^\circ}{\sin20^\circ}$ (5)

60

---

(10)

$\theta = 20^\circ$ සමඟින් (i) $\Rightarrow \dfrac{2\cos40^\circ - \cos20^\circ}{\sin20^\circ} = \sqrt{3}$ (5)

$\therefore \cot\alpha = \sqrt{3}$ (5)

(5)

$\Rightarrow \alpha = 30^\circ$. ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$ නිසා)

25

(b) $\cos4x + \sin4x = \cos2x + \sin2x$

$\Leftrightarrow \sin4x - \sin2x = \cos2x - \cos4x$ (5)

$\Leftrightarrow 2\cos3x\sin x = 2\sin3x\sin x$

(5) (5)

$\Leftrightarrow 2\sin x(\cos3x - \sin3x) = 0$ (5)

$\Leftrightarrow \sin x = 0$ or $\cos3x = \sin3x$ (5)

(5)

(1) + (2) + (3)

$\Leftrightarrow \sin x = 0 \quad$ or $\quad \tan 3x = 1 \qquad (\because \cos 3x \neq 0)$ (5) (5)

$\Leftrightarrow x = n\pi$ for $n \in \mathbb{Z}$ හෝ $3x = m\pi + \dfrac{\pi}{4}$ for $m \in \mathbb{Z}$ (5)

$\Leftrightarrow x = n\pi$ for $n \in \mathbb{Z}$ හෝ $x = \dfrac{m\pi}{3} + \dfrac{\pi}{12}$ for $m \in \mathbb{Z}$ (5)

50

---

n සහ m [illegible]

[illegible]

But $n \in \mathbb{Z}$ [illegible] (10) [illegible] (5) [illegible]

[illegible]

$x = n\pi$ for $n \in \mathbb{Z}$ [illegible] $3x = m\pi + \pi/4$ [illegible] $n \in \mathbb{Z}$ [illegible]

(1) [illegible]

$n \in \mathbb{Z}$ [illegible]

[illegible] (5) + (5) [illegible]

උසස් පෙළ සඳහා ග්‍රන්ථ නාමාවලිය

(අ.පො.ස) උසස් පෙළ
12-13 ශ්‍රේණි - කෙටි සටහන්
සිංහල මාධ්‍ය

විද්‍යා - ගණිත

- ☐ 12 සාමාන්‍ය තොරතුරු තාක්ෂණය
- ☐ 12-13 රසායන විද්‍යාව - 1
- ☐ 12-13 රසායන විද්‍යාව - 2
- ☐ 12-13 රසායන විද්‍යාව - 3
- ☐ 12-13 රසායන විද්‍යාව - 4
- ☐ 12-13 රසායන විද්‍යාව - 5
- ☐ 12-13 භෞතික විද්‍යාව - 1
- ☐ 12-13 භෞතික විද්‍යාව - 2
- ☐ 12-13 භෞතික විද්‍යාව - 3
- ☐ 12-13 භෞතික විද්‍යාව - 4
- ☐ 12-13 භෞතික විද්‍යාව - 5
- ☐ 12-13 ජීව විද්‍යාව - 1
- ☐ 12-13 ජීව විද්‍යාව - 2
- ☐ 12-13 ජීව විද්‍යාව - 3
- ☐ 12-13 ජීව විද්‍යාව - 4
- ☐ 12-13 ජීව විද්‍යාව - 5
- ☐ 12-13 ජීව විද්‍යාව - 6 (ක්‍රියාකාරී මානවයා)
- ☐ 12-13 ජීව විද්‍යාව - 7 (ක්‍රියාකාරී ශාකය)
- ☐ 12-13 කෘෂි විද්‍යාව - 1
- ☐ 12-13 කෘෂි විද්‍යාව - 2
- ☐ 12-13 කෘෂි විද්‍යාව - 3
- ☐ 12-13 කෘෂි විද්‍යාව - 4

වාණිජ්‍යය

- ☐ 12 ගිණුම්කරණය
- ☐ 13 ගිණුම්කරණය
- ☐ 12 ව්‍යාපාර අධ්‍යයනය
- ☐ 13 ව්‍යාපාර අධ්‍යයනය
- ☐ 12 ආර්ථික විද්‍යාව
- ☐ 13 ආර්ථික විද්‍යාව - 1
- ☐ 13 ආර්ථික විද්‍යාව - 2

කලා

- ☐ 12 සිංහල
- ☐ 13 සිංහල
- ☐ 12 දේශපාලන විද්‍යාව
- ☐ 13 දේශපාලන විද්‍යාව
- ☐ 12 ශ්‍රී ලංකා ඉතිහාසය
- ☐ 13 ශ්‍රී ලංකා ඉතිහාසය
- ☐ 12 ඉන්දියානු ඉතිහාසය
- ☐ 13 ඉන්දියානු ඉතිහාසය
- ☐ 12 භූගෝල විද්‍යාව
- ☐ 13 භූගෝල විද්‍යාව
- ☐ 12 බෞද්ධ ශිෂ්ටාචාරය
- ☐ 13 බෞද්ධ ශිෂ්ටාචාරය
- ☐ 12 සන්නිවේදන හා මාධ්‍ය අධ්‍යයනය
- ☐ 13 සන්නිවේදන හා මාධ්‍ය අධ්‍යයනය

Grade 12-13 - Short Notes
English Medium

- ☐ 12 Accounting
- ☐ 13 Accounting
- ☐ 12 Business Studies
- ☐ 13 Business Studies
- ☐ 12 Eeonomics

12-13 ශ්‍රේණි - ප්‍රශ්නෝත්තර
සිංහල මාධ්‍ය

- ☐ සාමාන්‍ය දැනීම
- ☐ 12 ගිණුම්කරණය - 1
- ☐ 12 ව්‍යාපාර අධ්‍යයනය
- ☐ 12 ආර්ථික විද්‍යාව

සියලු ම ශ්‍රේණි සඳහා කෙටි සටහන් සහ ප්‍රශ්න පත්‍ර පොත් අප සතුව තිබෙන අතර, මෙම ඕනෑම ග්‍රන්ථයක් වට්ටම් සහිත ව ඔබේ නිවසට ම ගෙන්වා ගත හැකි ය.

+94 71 800 8533 / +94 77 088 2228

WWW.PADANAMAPUBLICATION.LK